Model subiect admitere Calculatoare & Ingineria Sistemelor 2012, Sibiu

1) Soluțiile ecuației $\sqrt{x+2\cdot\sqrt{x-1}}+\sqrt{x-2\cdot\sqrt{x-1}}=2$ sunt:

A) x=1; B) x=2; C) x∈[1,2]; D) x∈ $\left[\frac{3}{2},2\right]$; E) x= $\frac{3}{2}$; 3p

2) Mulțimea $A=\{x\in\Re | 4^x - 5\cdot 2^x + 4 = 0\}$ este egală cu:

A) ∅; B) $\left\{2,\frac{1}{2}\right\}$; C) {2,1}; D) {2,0}; E) {0, 1, 2}; 4p

---

Se consideră ecuația $x^2 - \mathrm{m}\cdot x + 1 + \mathrm{m} = 0$, unde $\mathrm{m}\in\Re$.

3) Ecuația are soluții reale și distincte pentru:

A) $\mathrm{m}\in\Re$; B) $\mathrm{m}\in(-\infty, 2-2\cdot\sqrt{2})\bigcup(2+2\cdot\sqrt{2},\infty)$; C) $\mathrm{m}\in[2-2\cdot\sqrt{2}, 2+2\cdot\sqrt{2}]$;

D) m∈[3, ∞] E) m∈∅; 4p

4) Dacă x_1 și x_2 sunt soluțiile ecuației, atunci expresia $x_1 + x_2 - x_1x_2$ are valoarea:

A) 2; B) 3; C) 1; D) -1; E) 4 4p

---

5) Numărul soluțiilor ecuației $\log_2 x - \frac{1}{2}\cdot\log_2(3\cdot x+1) = 0$ este:

A) 2; B) 3; C) 0; D) 1 E) 4 4p

6) Se dă numărul complex $z=\frac{2-i}{2+i}$. Atunci:

A) *z* are modulul egal cu 1;

B) *z* este radicină de ordinul 3 a unității;

C) *z* este pur imaginar;

D) *z* este real;

E) Există $n\in\mathrm{N}$, astfel încât $z^n = 2$ 4p

7) Numerele reale a_1, a_2, a_3, 25, a_5, a_6, 34, a_8 sunt în progresie aritmetică de rație *r*. Atunci:

A) a_1=-16, r=4; B) a_1=-10, r=-4; C) a_1=-9, r=3; D) a_1=16, r=3; E) a_1=3, r=16 4p

8) Coeficientul binomial al termenului independent de *x* al dezvoltării $\left(\frac{1}{x}+\sqrt[5]{x^2}\right)^{21}$ este:

A) C_{21}^5; B) C_{21}^1; C) C_{20}^5 D) C_{21}^4; E) C_{21}^6; 4p

9) Fie polinomul *f* = x^4-3x^3+5x+1. Restul împărțirii lui *f* la x^2-x este:

A) 3x+1; B) 5x-1; C) 1-2x; D) x^2+4; E) 4; 4p

10) Fie x_1, x_2, x_3 rădăcinile ecuației $x^3 - mx^2 + 3x - 4=0$, m∈ℝ. Valorile parametrului m∈ℝ pentru care

$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix} = m$ sunt:

A) $-2\sqrt{2}, 0, 2\sqrt{2}$; B) -3, 0, 3; C) $-2\sqrt{3}, 0, 2\sqrt{3}$; D) -1, 0, 2; E) 3,1,4 3p

11) Fie matricea $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$. Matricea *X* verifică ecuația:

A) $X^2+X-8I_2=O_2$; B) $X^2-2X+I_2=O_2$; C) $2X^2-5X+8I_2=O_2$; D) $X+4I_2=O_2$; E) $5X^2+X-I_2=O_2$; 4p

12) Fie A∊$M_3(\mathbb{R})$, $A=\begin{pmatrix} x & 1 & m \\ x & x & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, x∊ℝ, m∊ℝ. Valorile parametrului *m* pentru care A este inversabilă sunt:

A) $(4-2\sqrt{2}, 4+2\sqrt{3})$; B) $(3-\sqrt{2}, 3+2\sqrt{3})$; C) $(4-\sqrt{2}, 4+\sqrt{2})$; D) $(4-2\sqrt{2}, 4+2\sqrt{2})$;
E) (1, 3); 4p

13) Pe $\Re$ se definește legea de compoziție "*" prin x*y = 2xy + ax + y + 5. Legea "*" admite element neutru pentru:

A) a=10; B) a=9; C) a=11; D) a=-8; E) a=4; 4p

14) Se consideră polinomul $f=(x^2+1)^{3n}-x^{n-1}+2$, n∊ℕ, n≥3. Pentru ce valori ale lui *n*, polinomul f este divizibil cu x^4+x^2+1 ?

A) 6k-1, k∊ℕ; B) 6k+1, k∊ℕ; C) 6k+4, k∊ℕ; D) 6k+5, k∊ℤ; E) 6k, k∊ℕ; 3p

15) Se consideră șirul de numere reale $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ cu $x_n=\sin \pi\sqrt{4n^2+1}$, n∊ℕ. Limita acestui șir este egală cu:

A) 0; B) 1; C) -1; D) 4; E) 3; 4p

16) Să se calculeze $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

A) -1; B) 0; C) ∞; D) 4; E)nu există 4p

17) Valoarea limitei $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x - x^2 \cdot \ln\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]$ este egală cu:

A) $\frac{1}{2}$; B) ∞; C) 0; D) 1; E) 5; 3p

18) Se consideră f : $\Re$-> $\Re$, $f(x)=\frac{3-2\cdot|x-1|}{x^2+1}$. Mulțimea punctelor de continuitate ale funcției f este:

A) $\Re$ \{1}; B) $\Re$; C) $\Re$*; D) $\Re$\{-1}; E) $\Re$ \{0, 2}; 4p

19) Să se determine valorile parametrului real *a* pentru care ecuația $x-\ln\left(x^2+1\right)-a=0$ să aibă o singură soluție mai mică decât 1.

A) $a<\ln\frac{e}{4}$; B) $a>\frac{\ln(e+1)}{4}$; C) $a<\ln\frac{e}{2}$; D) a∈$\Re$; E) $a>\ln\frac{e}{3}$; 3p

20) Să se calculeze $I=\int\frac{dx}{x+\sqrt{1+x^2}}$.

A) $\frac{1}{2}\cdot\left(x\sqrt{1+x^2}-x^2+\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\right)+C$;

B) $x\sqrt{1+x^2} - x + \ln(1+x^2) + C$;

C) $\sqrt{1+x^2} + x + C$;

D) $\frac{1}{3}\cdot\left(x+5+\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)\right)+C$;

E) $\sqrt{1+x^2} + \ln\left(x+\sqrt{1+2x^2}\right)+C$; 4p

21) Calculați $I = \int \frac{1}{x(x+2)}dx$

A) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x}{x+2}\right|+C$; B) $\ln|x(x+2)|+C$; C) $\ln|x|+C$; D) $\ln\left|\frac{x}{x+2}\right|+C$; E) $\ln\left|\frac{x+2}{x}\right|+C$; 4p

22) Fie f : ℜ-> ℜ, $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{n+1}+x^2}{2x^n+x+1}$. Valoarea integralei $\int_0^2 f(x)dx$ este:

A) $\frac{1}{4}+\ln 2$; B) $\frac{5}{3}-\ln 2$; C) $4+2\ln 2$; D) 0; E) $\ln 2$; 3p

23) Calculați $\int_{\sqrt{2}}^{2}\frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}dx$

A) $\frac{\pi}{12}$; B) $\frac{\pi}{4}$; C) 0; D) -1; E) $\frac{\pi}{6}$; 4p

24) Să se calculeze $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n\sqrt{n}}\sum_{k=1}^{n}\frac{k}{\sqrt{n+k}}$

A)2; B) $2-\sqrt{2}$; C) $\frac{4-2\sqrt{2}}{3}$; D) $2+\sqrt{2}$; E) $\frac{2+\sqrt{2}}{3}$; 4p

<u>Punctaj</u>:

Problemele 1, 10, 14, 17, 19 și 22 sunt de 3 puncte	(6x3	= 18p)
Restul problemelor sunt de 4 puncte	(18x4	= 72p)
Total 24 probleme		= 90p
Oficiu		=10p
		100p