Model 2 subiect admitere Calculatoare & Ingineria Sistemelor 2012, Sibiu

1) Soluția inecuației $\sqrt{x-1} \geq 2-x$ este:

A) $x \in \left[\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \infty\right)$; B) x∈ $[0,\infty)$; C) x∈ $\left(\frac{5+\sqrt{5}}{2}, \infty\right)$; D) x∈ $\left[\frac{5-\sqrt{5}}{2}, \frac{5+\sqrt{5}}{2}\right]$; E) x∈ $[1,\infty)$; 3 p

2) Să se rezolve inecuația $\frac{3^x-1}{x^2-x-20} \geq 0$;

A) $x \in [-4,0] \cup [4,\infty)$; B) $x \in (-4,0] \cup [5,\infty)$; C) $x \in [-5,\infty)$;

D) $x \in (-4,0] \cup [3,\infty)$; E) alt raspuns 4p

Se consideră $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 7x + 11$

3) Dacă x_1 și x_2 sunt radăcinile funcției f , atunci expresia $x_1 + x_2 - 2x_1x_2$ este egala cu:

A) -15; B) 10; C) 15; D) -16; E) 0; 4p

4) Mulțimea $f\ ([3;5])$ este egală cu:

A) $[\frac{-5}{4}, 1]$; B) [-1,1]; C) (-1,1); D) [-2,2]; E) [0,3]; 4p

---

5) Soluția ecuației $\log_2(4x) + \log_4(2-\frac{1}{x}) = \log_{\frac{1}{2}}(\frac{8}{x})$ este:

A) 2; B) $\frac{1021}{2000}$; C) $\frac{1024}{2047}$; D) $\frac{1019}{2021}$; E) 5; 3p

6) Se dă numărul complex $z = \frac{1-\alpha i}{\alpha+i}$, $\alpha \in \mathbb{R}$. Numărul z este real pentru:

A) $\alpha = 1$; B) $\alpha = -1$; C) $\alpha \in \phi$; D) $\alpha = 0$; E) $\alpha = 2$; 4p

7) Se consideră o progresie aritmetică (a_n) cu $a_{2013} = 5$ și $\sum_{k=1}^{2012} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{4}{5}$. Primul termen și rația sunt:

A) 1 și -1; B) -2 și -4011; C) 503 și $-\frac{249}{1006}$; D) 1 și -2017; E) 405 și $-\frac{100}{503}$; 3p

8) Termenul ce nu conține pe *a* din dezvoltarea $(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3})^{17}$, $a \neq 0$ este:

A) T_7; B) T_8; C) T_9; D) T_{10}; E) T_{11}; 4p

9) Fie polinomul $f = x^5 - 5x + 3$. Restul împărțirii lui f la $x - 2$ este:

A) 20; B) 25; C) 30; D) 35; E) 14; 4p

10) Să se calculeze determinantul d = $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_2 & x_3 & x_1 \\ x_3 & x_1 & x_2 \end{vmatrix}$, știind că x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile ecuației:

$x^3 - 2x^2 + 2x + 17 = 0$.

A) d =4; B) d =3; C) d =5; D) d =1; E) d =-1; 3p

11) Să se determine matricea X care verifică ecuația $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 3 & 0 & -3 \\ 12 & -6 & 9 \end{pmatrix}$

A) $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; B) $X = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; C) $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$; D) $X = \begin{pmatrix} 5 & -2 & -4 \\ -3 & 0 & 3 \end{pmatrix}$;

E) $X = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 \\ -3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$; 4p

12) Sistemul de ecuații liniare:

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ 3x + ay + z = 1 \\ 3x + y + az = 1 \end{cases}$$

a ∈ $\mathbb{R}$, este simplu nedeterminat dacă:

A) a= 1; B) a∈ $\{-3,2\}$; C) a=0; D) a=-1; E) a=-2; 4p

13) Să se rezolve în inelul $\mathbb{Z}_{12}$ sistemul: $\begin{cases} \hat{3}x + \hat{2}y = \hat{4} \\ \hat{2}x + \hat{3}y = \hat{1} \end{cases}$. Care este soluția sistemului ?

A) $x = \widehat{10}, y = \hat{7}$; B) $x = \hat{2}, y = \widehat{11}$; C) $x = \hat{5}, y = \hat{2}$; D) $x = \hat{4}, y = \hat{1}$;
E) $x = \widehat{11}, y = \hat{2}$; 4p

14) Fie G = (2 ,∞) care are o structură de grup față de operația "*" definită prin:

x * y = xy – 2(x+y) +6, (∀) x,y ∈ G

Să se determine a și b ∈ ℝ astfel încât funcția f : $\mathbb{R}_{+}^{*} \rightarrow G$, f(x) = ax +b, pentru orice x ∈ $\mathbb{R}_{+}^{*}$ să realizeze un izomorfism de la grupul ($\mathbb{R}_{+}^{*}$, ·) la grupul (G,$*$).

A) a=0; b=2; B) a=0; b=3; C) a=1 ; b=2; D) a=1; b=3; E) a=b=1; 4p

15) Se consideră şirul $(a_n)_{n\geq 1}$, definit prin: $a_n = \frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \cdots + \frac{1}{1+2+\cdots+n}$. Atunci limita a, a şirului (a_n) este:

A) a=$\frac{3}{2}$; B)a=$\frac{5}{3}$; C)a=2; D)a=$\frac{7}{3}$; E)Şirul nu are limită. 3p

16) Să se calculeze:

$$\lim_{x \to 7} \frac{2 - \sqrt{x-3}}{x-7}$$

A) $\frac{1}{4}$; B) -$\frac{1}{4}$; C)∞; D) $\frac{1}{2}$; E)0; 4p

17) Să se calculeze valoarea limitei:

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$$

A) 1; B) $\frac{1}{2}$; C)2; D) $\frac{3}{2}$; E)-1; 4p

18) Fie funcţia f: ℝ → ℝ, f(x)=$\begin{cases} ae^{2x}, & x \leq 0 \\ \sin 2x + b\cos 3x, & x > 0 \end{cases}$.

Să se determine constantele reale a şi b astfel încât f să fie derivabilă pe ℝ.

A) a=b=1; B) a=b=2; C) a=b=3; D) a=1, b=2; E)a=3, b=1. 4p

19) Să se determine parametrii reali a și b astfel încât functia: $f(x) = \frac{ax^2+5}{x+b}$ să aibă asimptotă oblică spre +∞ dreapta y=x+1.

A) a=1, b=1; B) a=1, b=−1; C) a=1, b=0; D) a=−1, b=1; E) a=2, b=1; 4p

20) Să se calculeze I=$\int \frac{dx}{x\ln x}$, unde x>0, x≠1.

A) I=ln$|\ln x| + C$; B) I=−ln$|\ln x| + C$; C) I=$(\ln x)^2$+C; D) I=2ln$|\ln x| + C$;
E) I=-2ln$|\ln x| + C$. 4p

21) Să se determine a ∈ ℝ astfel ca funcţia f: ℝ → ℝ

$$f(x)=\begin{cases} 2 + \ln(1-x), & x < 0 \\ a\,, & x = 0 \\ 1 + e^{-2x}, & x > 0 \end{cases}$$

să admită primitive pe ℝ.

A) a=1; B) a=−1; C) a=2; D)a=3; E)a=$\frac{1}{2}$; 4p

22) Calculaţi valoarea integralei:

$$I=\int_{-2}^{2}(|x-1| + |x+1|)dx$$

A) 8; B) 5; C) 10; D)9; E)7; 4p

23) Să se calculeze $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ unde f(x)=max$\{\left(\frac{1}{3}\right)^x, 3^x\}$ pentru orice x ∈ $[-1,1]$.

A) 0; B) $\frac{4}{ln3}$; C) $\frac{2}{ln4}$; D)$\frac{5}{ln3}$; E)1; 3p

24) Să se calculeze volumul corpului de rotaţie generat de rotirea în jurul axei Ox a graficului funcţiei

f(x) = x + e^x, x∈ $[0,1]$.

A) $V = \frac{\pi}{2}(e+1)$; B) $V = \frac{\pi}{3}(2e+3)$; C) $V = \pi(e^2+9)$; D) $V = \frac{\pi}{6}(3e^2+11)$;

E) $V = \frac{\pi}{8}(3e-1)$; 4p

Punctaj

Problemele 1, 5, 7, 10, 15, 23 sunt de 3 puncte	(6x3	=18p)
Restul problemelor sunt de 4 puncte	(18x4	= 72p)
Total 24 probleme		= 90p
Oficiu		=10p
		100p