

Varianța A - Algebră și analiză matematică

1	Soluția inecuației $\log_2(x - 1) > 3$ este:				
a)	$x \in (-1, 0]$	b)	$x \in (2, 7]$	c)	$x \in \emptyset$
d)	$x \in (-\infty, 8)$	e)	$x \in (9, \infty)$		

2	Să se calculeze $L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 \cdot \cos\left(\sin \frac{1}{x}\right)}{\sin x^2}$.				
a)	$L = 3$	b)	$L = 2$	c)	$L = 1$
d)	$L = 0$	e)	$L = \infty$		

3	Să se calculeze $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}$.				
a)	$\frac{85}{128}$	b)	1	c)	$\frac{63}{64}$
d)	$\frac{45}{128}$	e)	$\frac{31}{32}$		

4	Numărul soluțiilor reale ale ecuației $2^x = 2^{-x}$ este:				
a)	1	b)	0	c)	3
d)	4	e)	2		

5	Fie $F: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \int \frac{1 + \sin x + \cos x}{2 + \cos x} dx$ cu $F(0) = -\ln 3$. Să se calculeze $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$.				
a)	$\pi \frac{3\sqrt{2} - 2}{6\sqrt{2}} - \ln 3$	b)	$\pi \frac{3\sqrt{3} - 2}{6\sqrt{3}}$	c)	$\frac{3\sqrt{3} - 2}{6\sqrt{3}} - \ln 2$
d)	$-\ln 2$	e)	$\pi \frac{3\sqrt{3} - 2}{6\sqrt{3}} - \ln 2$		

6	Fie numerele complexe $z_1 = 1 + 2i$ și $z_2 = 2 - i$. Calculați $z_1 \cdot z_2$.				
a)	$2 - 3i$	b)	$4 - 3i$	c)	$3 - 4i$
d)	$4 + 3i$	e)	$3 + 4i$		

7	Să se determine valoarea lui $a \in \mathbb{R}$ pentru care funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ (x-1) \cdot a + 1, & x > 1 \end{cases}$ este derivabilă pe $\mathbb{R}$.				
a)	$a = 3$	b)	$a = -1$	c)	$a = 0$
d)	$a = 1$	e)	$a = 2$		

8	Fie polinomul $P(X) = X^3 - 6X^2 + 11X - 6$. Descompunerea în factori a lui $P(X)$ este:				
a)	$P(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3)$	b)	$P(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x+3)$	c)	$P(x) = (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3)$
d)	$P(x) = (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-3)$	e)	$P(x) = (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x-3)$		

9	Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^{2024}}{n^{2025}}$				
a)	$\frac{1}{2024}$	b)	1	c)	$\frac{1}{2025}$
d)	0	e)	$\frac{2024}{2025}$		

10	Suma soluțiilor ecuației $x^2 - 3x + 2 = 0$ este:				
a)	2	b)	1	c)	-3
d)	3	e)	0		

11	Valoarea integralei $\int_0^\pi \frac{x \cdot \sin^4 x}{\sin^4 x + \cos^4 x} dx$ este:				
a)	$\frac{2\pi}{3}$	b)	$\frac{\pi^2}{2}$	c)	$\frac{\pi}{2}$
d)	$\frac{\pi^2}{4}$	e)	1		

12	Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$ care satisface relația: $2f\left(\frac{x}{x+3}\right) + f\left(\frac{x+3}{x}\right) = 2x - 1$. Să se calculeze limita șirului a_n cu termenul general $a_n = \frac{f^{(n)}(-1)}{(n-1)!}$, unde $f^{(n)}(x)$ este derivata de ordinul n a funcției f .								
a)	3	b)	0	c)	$\frac{3}{2}$	d)	∞	e)	$\frac{2}{3}$

13	Să se determine raportul $\frac{m}{n}$ astfel încât sistemul $\begin{cases} mx + 2y + z = 1 \\ x - y + 2z = -1 \\ 3x + y - z = n \end{cases}$, $m, n \in \mathbb{R}$ să fie compatibil nedeterminat.								
a)	$\frac{45}{2}$	b)	$\frac{20}{3}$	c)	$\frac{12}{5}$	d)	$\frac{41}{3}$	e)	$\frac{17}{2}$

14	Să se determine valoarea minimă a lui $n \in \mathbb{N}$ pentru care permutarea P_n se divide cu 2025.								
a)	8	b)	15	c)	10	d)	12	e)	25

15	Fie funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = m \log_{\frac{1}{2}} x$. Să se determine $m \in \mathbb{R}$ pentru care $f(x)$ este strict descrescătoare.								
a)	$m \in (-\infty, 0)$	b)	$m \in (0, e)$	c)	$m \in \emptyset$	d)	$m \in (0, \infty)$	e)	$m \in (-e, 0)$

16	Fie șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ definit prin $a_n = \{\sqrt{n^2 + n}\}$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a lui x . Limita șirului $(a_n)_{n \geq 1}$ este egală cu:								
a)	$\frac{3}{4}$	b)	$\frac{1}{4}$	c)	$\frac{1}{2}$	d)	$\frac{1}{3}$	e)	∞

17	Calculați $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.								
a)	$\begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	b)	$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$	c)	$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 3 \\ 4 & 3 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$	d)	$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$	e)	$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$

18	Pe mulțimea $M = (0, \infty) \setminus \{1\}$ se definește legea de compoziție $x * y = \sqrt[3]{y^{\log_3 x}}$. Să se determine elementul neutru.								
a)	1	b)	9	c)	81	d)	3	e)	27

19	Rezultatul simplificării expresiei $\frac{\sqrt[3]{27x^6}}{x^4}$, $x \neq 0$ este:								
a)	$3x^{-4}$	b)	$3x^{-2}$	c)	$4x^{\frac{4}{3}}$	d)	$x^{\frac{4}{3}}$	e)	$3x^{\frac{3}{4}}$

20	Dacă $x \in (1, 64)$ atunci valoarea maximă a expresiei $E(x) = \log_2^4 x + 12 \log_2^2 x \cdot \log_2 \frac{8}{x}$ este:								
a)	$2 \log_2 63$	b)	28	c)	81	d)	32	e)	94